有限要素構造解析のためのシェル要素とソリッド要素メッシュの結合技術の開発

1081003　岡本　正博

1. はじめに

有限要素法は各種の産業分野でのさまざまな製品の設計のための数値手段として日常的に利用されている。有限要素解析では要素メッシュを生成する必要があるが、一般にこれらの製品では、さまざまな形状の部品が結合しており、部品間の境界面で適合した要素メッシュを作成するにはその形状によっては多大な時間と手間を要する。そこで本論文では、部品間の結合面での有限要素シェルメッシュと有限要素ソリッドメッシュを制約条件式を用いて結合する手法を提案する。このことにより、各種の製品に対し効果的に有限要素解析モデルを生成することができる。本法による部品間のシェル要素とソリッド要素メッシュを結合技術が開発され、例題への適用を通してその有効性が議論される。

2.シェル要素とソリッド要素メッシュの結合の定式化

(1)並進自由度に関する制約条件

いま、シェル構造部品 A とソリッド構造部品 B が部分結合し、その境界面で部品 A のシェル要素 e_A と部品 B のソリッド要素 e_B を結合することを考える(図１)

ここで要素 e_A の節点 P の変位ベクトルを Up、節点 P が要素 e_B の節点 j (j=1, 4) で定義される面上に存在するものとし、Uj を節点 j の変位ベクトルとすると、以下の制約条件式により、要素 e_A の節点 P の変位ベクトル(並進自由度)を部品 B に結合することができる(図１-左)

$$U_P = \sum_{j=1}^{4} \alpha_j U_j \qquad (1)$$

ここで αj は、点 P の、節点 j(j=1,4)で構成される４角形上の位置を示す、節点 j に関する重み係数で、4 節点の 2 次元アイソパラメトリックの補間関数を用いて求めることができる。

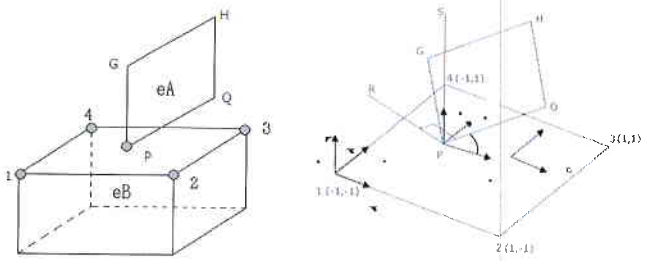

図.1 制約条件によるシェルとソリッド要素の結合

(2)回転自由度に関する制約条件

シェル要素とソリッド要素の結合の場合、ソリッド要素は回転自由度を持たないため、回転自由度の結合を行う必要がある。そこで、シェル要素の接点 P の全体座標系 X,Y,Z でのそれぞれの軸まわりの回転角 $\theta_X, \theta_Y, \theta_Z$ をソリッド要素の節点変位 Uj(j=1,4)を用いて結合する。いま、節点 P,Q,H,G で構成されるシェル要素が、節点 P で、ソリッド要素の節点 1,2,3,4 の面上に結合するものとする。(図 1-右)

ここで、節点 1,2,3,4 で構成される面上の局所座標系 x,y,z の節点 1 での x,y,z 方向の単位ベクトルをそれぞれ i_1, i_2, i_3, 節点 1,2,3,4 面上の x,y 座標に対する正規座標を ξ, η (-1≦,≦1)とし、その補間関数を N_j とすると、この局所座標系での x,y,z 方向の変位 u,v,w は次式で表される。

$$u(\xi,\eta) = \sum_{j=1}^{4} N_j(\xi,\eta) i_1 \cdot U_j \qquad (2)$$

$$v(\xi,\eta) = \sum_{j=1}^{4} N_j(\xi,\eta) i_2 \cdot U_j \qquad (3)$$

$$w(\xi,\eta) = \sum_{j=1}^{4} N_j(\xi,\eta) i_3 \cdot U_j \qquad (4)$$

一方、全体座標系 X,Y,Z での PQ,PR,PS 軸の単位ベクトルを e_1, e_2, e_3 とし、節点 P での X,Y,Z 軸回りの回転角をそれぞれ $\theta_X, \theta_Y, \theta_Z$ とすると、回転角 θ_{PQ}, θ_{PR}, θ_{PS} は以下となる。

$$\theta_{PQ} = e_1 \begin{bmatrix} \theta_x \\ \theta_y \\ \theta_z \end{bmatrix} \quad \theta_{PR} = e_2 \begin{bmatrix} \theta_x \\ \theta_y \\ \theta_z \end{bmatrix} \quad \theta_{PS} = e_3 \begin{bmatrix} \theta_x \\ \theta_y \\ \theta_z \end{bmatrix} \qquad (5)$$

式(2)～(5)より、これを整理して次式を得ることができる。

$$e_1 \begin{bmatrix} \theta_x \\ \theta_y \\ \theta_z \end{bmatrix} = \sum_{j=1}^{4} \left[\cos\alpha \left(\frac{\partial N_j}{\partial \xi}\frac{\partial \xi}{\partial y} + \frac{\partial N_j}{\partial \eta}\frac{\partial \eta}{\partial y} \right) - \sin\alpha \left(\frac{\partial N_j}{\partial \xi}\frac{\partial \xi}{\partial x} + \frac{\partial N_j}{\partial \eta}\frac{\partial \eta}{\partial x} \right) \right] \cdot i_3 U_j \qquad (6)$$

$$e_2 \begin{bmatrix} \theta_x \\ \theta_y \\ \theta_z \end{bmatrix} = \sum_{j=1}^{4} \left[\cos\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) \left(\frac{\partial N_j}{\partial \xi}\frac{\partial \xi}{\partial y} + \frac{\partial N_j}{\partial \eta}\frac{\partial \eta}{\partial y} \right) - \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) \left(\frac{\partial N_j}{\partial \xi}\frac{\partial \xi}{\partial x} + \frac{\partial N_j}{\partial \eta}\frac{\partial \eta}{\partial x} \right) \right] \cdot i_3 U_j \qquad (7)$$

$$e_3 \begin{bmatrix} \theta_x \\ \theta_y \\ \theta_z \end{bmatrix} = \sum_{j=1}^{4} \left(\frac{\partial N_j}{\partial \xi}\frac{\partial \xi}{\partial x} + \frac{\partial N_j}{\partial \eta}\frac{\partial \eta}{\partial x} \right) \cdot i_2 U_j - \sum_{j=1}^{4} \left(\frac{\partial N_j}{\partial \xi}\frac{\partial \xi}{\partial y} + \frac{\partial N_j}{\partial \eta}\frac{\partial \eta}{\partial y} \right) \cdot i_1 U_J \qquad (8)$$

式(6)～(8)は、シェル要素の節点 P の全体座標系 X,Y,Z 軸まわりの回転角 $\theta_X, \theta_Y, \theta_Z$ と節点 P が接続する面の節点変位 Uj(j=1,4)を結びつける制約条件となっており、シェル要素の節点 P の PQ,PR,PS 軸まわりの回転角とソリッド要素の節点 1,2,3,4 で張られる面の節点 P の位置での回転角が等しいことを表している。

こうして、結合するシェル構造部品とソリッド構造部品の境界面で、シェル要素の並進変位と回転角を、ソリッド要素の節点での変位ベクトルで表す制約条件式により、シェル構造部品とソリッド構造部品を節点位置で回転角も含めて結合することができる。これらの制約条件式は、部品間の結合する境界面上のすべての節点に対して自動的に生成することができる。この制約条件式を用いたシェル-ソリッド構造間の結合の手法は、結合する境界面上の節点での変位(回転角も含め)の連続性を保証していることから、節点位置で変位の連続性を有し、要素間では変位の連続性を放棄した非適合要素と類似の性質を有する。

3.プログラム開発

この考えに基づきプログラムを開発し、基本例題を用いて検証を行うことができた。

4. おわりに

今後の計画として、より複雑で実用的な形状のモデル化をし、メッシュに依存をせずに有限要素構造解析における結合をすることと、ひとつのソリッド構造物に対して複数のシェル構造物の結合を可能にし、その実用化を図る予定である。